

Ρυθμός μεταβολής

Κάθε φορά που μελετάμε την εξέλιξη ενός φυσικού φαινομένου και καθώς κάνουμε ορισμένες μετρήσεις σε ορισμένα φυσικά μεγέθη που μεταβάλλουν τις τιμές κατά τη διάρκεια της εξέλιξης του φαινομένου, μας ενδιαφέρει να ανακαλύψουμε το ρυθμό με τον οποίο μεταβάλλει τη τιμή του ένα φυσικό μέγεθος **Y** καθώς εξελίσσεται το φαινόμενο.

Για να υπολογίσουμε το αυτό το ρυθμό συνηθώς μετράμε τη μεταβολή του **ΔY** σε διάφορα χρονικά διαστήματα **Δt** και υπολογίζοντας το πηλίκο **ΔY/Δt**, κάνουμε αναγωγή στη μονάδα. Βρίσκουμε δηλαδή τη μεταβολή του στην μονάδα του χρόνου (1 second).

Το πηλίκο ή αλλιώς λόγο της μεταβολής **ΔY** της τιμής ενός φυσικού μεγέθους προς το χρονικό διάστημα **Δt** που έγινε η μεταβολή αυτή, το ονομάζουμε **ρυθμός μεταβολής** του μεγέθους **Y** και η τιμή του είναι ίση με το

$$\frac{\Delta Y}{\Delta t} = \frac{Y_{\alpha\rho\chi} - Y_{\tau\epsilon\lambda}}{t_{\alpha\rho\chi} - t_{\tau\epsilon\lambda}}$$

Για παράδειγμα αν μελετάμε τη μεταβολή της **θερμοκρασίας (Θ)** σε ένα χώρο, τότε ο ρυθμός μεταβολής της θερμοκρασίας, θα γράφεται ως **ΔΘ/Δt**

Αν καταγράφουμε την μεταβολή του μεγέθους σε όσο το δυνατό μικρότερα χρονικά διαστήματα τόσο καλύτερα γνωρίζουμε πως μεταβάλλεται το μέγεθος αυτό. Και αν για παράδειγμα ο παραπάνω λόγος παραμένει σταθερός, τότε λέμε ότι το φυσικό μέγεθος μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό.



Μελέτη Κίνησης



Κατά τη διάρκεια της κίνησης ενός σώματος, όπως για παράδειγμα το παραπάνω αυτοκινητάκι, καταγράφουμε τη θέση του \vec{x} σε διάφορες χρονικές στιγμές με τη βοήθεια μετροταινίας και ενός χρονόμετρου. Μπορούμε έτσι να υπολογίζουμε τη μεταβολή της θέσης του (**Μετατόπιση $\Delta\vec{x}$**) σε διάφορα **χρονικά διαστήματα Δt** και βέβαια να υπολογίζουμε το ρυθμό μεταβολής της θέσης του σώματος $\Delta\vec{x}/\Delta t$. Έτσι θα μπορούμε να ξέρουμε πόσο γρήγορα δηλαδή αλλάζει θέσεις το σώμα ή πόσο αλλάζει τη θέση του κάθε ένα δευτερόλεπτο. Στην περίπτωση μας αυτόν τον ρυθμό μεταβολής, δηλαδή το ρυθμό με τον οποίο αλλάζει θέσεις ένα σώμα που κινείται, τον ονομάζουμε **ταχύτητα \vec{u}** .

Η ταχύτητα είναι ένα διανυσματικό μέγεθος που ορίζεται ως ο ρυθμός μεταβολής της θέσης του σώματος που εκτελεί την κίνηση.

$$\vec{u} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$$

Η ταχύτητα λοιπόν μας πληροφορεί για το πόσο γρήγορα αλλά και προς τα πού κινείται ένα σώμα κι έχει τα εξής χαρακτηριστικά :

➤ Το μέτρο της ταχύτητας δίνεται από το πηλίκο της μετατόπισης Δx του προς το αντίστοιχο χρονικό διάστημα Δt , ισούται δηλαδή με το ρυθμό μεταβολής της θέσης του σώματος

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{\tau_{\epsilon\lambda}} - x_{\alpha\rho\chi}}{t_{\alpha\rho\chi} - t_{\tau\epsilon\lambda}} \quad (1)$$

➤ Η κατεύθυνση της ταχύτητας είναι ίδια με την κατεύθυνση της μετατόπισης του. Αν η μετατόπιση του είναι προς τη θετική κατεύθυνση τότε η ταχύτητα του θα είναι κι αυτή θετική ενώ αν η μετατόπιση του είναι προς την αρνητική κατεύθυνση τότε η ταχύτητα του θα αρνητική.

➤ Μονάδα μέτρησης της ταχύτητας στο S.I είναι το **1 m / s**.

Καθώς κινείται ένα σώμα μπορεί να αλλάζει θέσεις είτε με σταθερό ρυθμό (**σταθερή ταχύτητα**) ή και όχι. Αν η ταχύτητα δεν είναι σταθερή τότε μιλάμε για τη **στιγμιαία ταχύτητα** του σώματος και μπορούμε να υπολογίσουμε τη λεγόμενη **μέση ταχύτητα** που είχε το σώμα κατά τη διάρκεια της κίνησης του.



Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση (Ε.Ο.Κ.)

Όταν ένα σώμα κινείται πάνω σε ευθεία γραμμή και το διάνυσμα της ταχύτητας παραμένει συνεχώς **σταθερό** σε μέτρο και φορά, τότε το σώμα λέμε ότι εκτελεί **Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση**. Σε μια τέτοια κίνηση το σώμα σε ίσα χρονικά διαστήματα διανύει ίσες μετατοπίσεις και βέβαια ο ρυθμός μεταβολής της θέσης του παραμένει σταθερός.

Για παράδειγμα όταν ένα σώμα κινείται με ταχύτητα μέτρου $u=4\text{m/s}$, αυτό σημαίνει ότι κάθε δευτερόλεπτο, το σώμα αλλάζει θέση κατά 4 m.

Από τον ορισμό της ταχύτητας έχουμε :

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \quad \Delta x = u\Delta t, \quad (1) \quad \text{ή} \quad x - x_0 = u(t - t_0) \quad \text{ή} \quad x = x_0 + u(t - t_0) \quad (2)$$

όπου x_0 (αρχική θέση), η θέση του σώματος τη χρονική στιγμή t_0 και x (τελική θέση) η θέση του σώματος τη στιγμή t .

Η σχέση (2) ονομάζεται **εξίσωση κίνησης** και μας δίνει τη δυνατότητα να υπολογίζουμε (ή και να προβλέπουμε) τη θέση ή τη μετατόπιση (μέσω της (1)) ενός κινητού κάθε χρονική στιγμή εφόσον ξέρουμε τη ταχύτητα, με την οποία κινείται.

Αν τη στιγμή $t_0 = 0$ η θέση x_0 του σώματος είναι ίση με μηδέν $x_0 = 0$, τότε η (2) γίνεται :

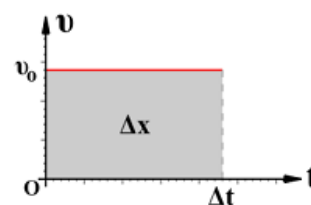
$$x = u t \quad (3)$$

Γραφικές παραστάσεις

Μερικές φορές για την καλύτερη κατανόηση της εξέλιξης ενός φυσικού φαινομένου είναι χρήσιμο να παραστήσουμε γραφικά τον τρόπο που μεταβάλλεται ένα μέγεθος σε σχέση με κάποιο άλλο. Να σχεδιάσουμε δηλαδή τη γραφική παράσταση της σχέσης - συνάρτησης που δείχνει πως μεταβάλλονται μεταξύ τους δύο φυσικά μεγέθη

➤ Η γραφική παράσταση που δείχνει πως μεταβάλλεται με το χρόνο, η ταχύτητα ενός σώματος που εκτελεί ΕΟΚ, είναι μια ευθεία παράλληλη με τον άξονα του χρόνου

➤ Υπολογισμός μετατόπισης από το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου
Η μετατόπισή Δx ενός σώματος που εκτελεί ΕΟΚ σε ένα χρονικό διάστημα Δt , μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση $\Delta x = u \cdot \Delta t$, αλλά και από το

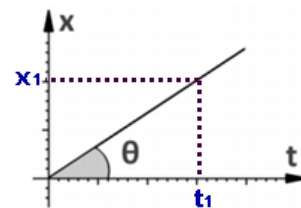


εμβαδόν του ορθογωνίου που περικλείεται σε ένα διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου ανάμεσα στην ευθεία που παριστάνει την ταχύτητα και τον άξονα του χρόνου. Το εμβαδόν αυτό αριθμητικά ισούται και με τη θέση του σώματος (αν η αρχική του θέση είναι το μηδέν) ή ακόμη και το διάστημα που έχει διανύσει στο χρονικό διάστημα Δt . Το παραπάνω συμπέρασμα μπορεί να γενικευθεί για οποιαδήποτε άλλη κίνηση

➤ Η γραφική παράσταση που δείχνει πως μεταβάλλεται με το χρόνο, η θέση ενός σώματος που εκτελεί ΕΟΚ, έχει τη μορφή μιας ευθείας που η κλίση της αριθμητικά ισούται με τη ταχύτητα του σώματος

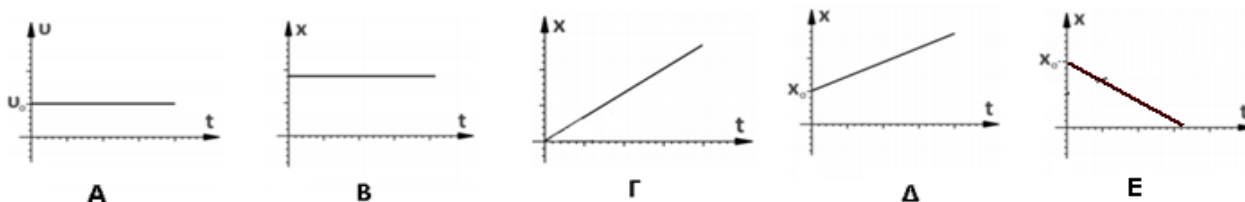


Η κλίση μιας ευθείας ισούται αριθμητικά με την εφαπτομένη της γωνίας θ που σχηματίζει η ευθεία με τον οριζόντιο άξονα. Στην ΕΟΚ η κλίση της ευθείας σε ένα διάγραμμα θέσης - χρόνου αριθμητικά είναι ίση με την ταχύτητα του κινητού



$$\varepsilon\phi\theta = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_1 - 0}{t_1 - 0} = u$$

Διαγράμματα στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση



Από τα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να έχουμε τις εξής πληροφορίες

A: Το κινητό κινείται με σταθερή ταχύτητα u_0

B: Το κινητό παραμένει ακίνητο

Γ: Το κινητό ξεκινά από τη θέση $x_0=0$ και κινείται με σταθερή ταχύτητα

Δ: Το κινητό ξεκινά από τη θέση $x_0 \neq 0$ και κινείται με σταθερή ταχύτητα

Ε: Το κινητό ξεκινά από τη θέση x_0 και επιστρέφει στη θέση $x_0=0$ κινούμενο με σταθερή ταχύτητα αντίθετης φοράς.



Επέλεξε τη σωστή απάντηση στις παρακάτω ερωτήσεις

1. Σε μια ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, το σώμα
 - α. κινείται σε ευθεία γραμμή
 - β. κινείται σε ευθεία γραμμή και διανύει σε ίσες χρονικές διάρκειες, ίσα διαστήματα
 - γ. κινείται σε ευθεία γραμμή και διανύει σε ίσες χρονικές διάρκειες, άνισα διαστήματα
 - δ. κινείται σε ευθεία γραμμή με σταθερή κατεύθυνση

2. Ένα σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα $u=5\text{m/s}$. Αυτό σημαίνει ότι :
 - α. Κάθε 5 δευτερόλεπτα προχωρά 1 m
 - β. Κάθε 5 δευτερόλεπτα προχωρά 5m
 - γ. Αν βρίσκεται σε μια χρονική στιγμή στη θέση $x=12\text{m}$ αμέσως μετά 5 sec θα βρεθεί στη θέση 17m
 - δ. Κάθε ένα δευτερόλεπτο που περνά μετατοπίζεται κατά 5m

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΜΕ ΔΙΚΑΙΟΛΟΓΗΣΗ

B₁. Ένα κινητό που κινείται ευθύγραμμα και ομαλά τη χρονική στιγμή $t_0=0$ s βρίσκεται στη θέση $x_0 = 0$ m ενός οριζόντιου άξονα $x'x$.

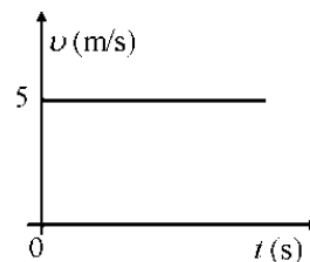
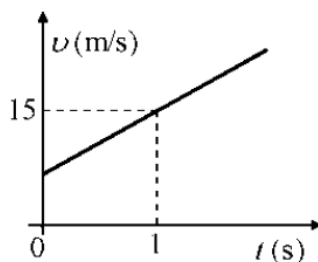
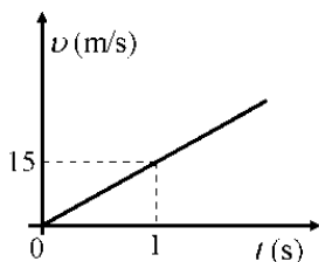
A) Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

Χρονική στιγμή $t(\text{s})$	Ταχύτητα v (m/s)	Θέση $x(\text{m})$
5		
10		20
15		

B₂ Η θέση ενός σώματος, που κινείται ευθύγραμμα κατά μήκος ενός προσανατολισμένου άξονα $x'x$, δίνεται σε κάθε χρονική στιγμή από την εξίσωση $x = 5t$ (x σε m , t σε s).

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστάνει σωστά την τιμή της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο;



B₃ Το μέτρο της ταχύτητας αθλητή των 100 m είναι ίσο με $v_A = 36 \text{ km/h}$ και το μέτρο της ταχύτητας ενός σαλιγκαριού είναι ίσο με $v_S = 1 \text{ cm/s}$.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Το πηλίκο των μέτρων των ταχυτήτων του αθλητή και του σαλιγκαριού u_A/u_S , είναι ίσο με:

α) 100

β) 1000

γ) 36

B.4 Στο διάγραμμα του σχήματος φαίνονται οι μεταβολές θέσης δύο κινητών που κινούνται ευθύγραμμα στον ίδιο άξονα.

I. Ο λόγος των ταχυτήτων των δύο κινητών v_A/v_B είναι:

α. $v_A/v_B = 0,4$

β. $v_A/v_B = 0,6$

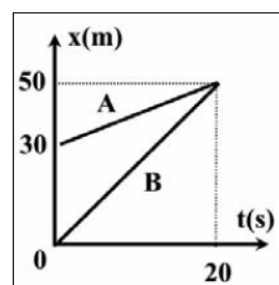
γ. $v_A/v_B = 1$

II. Τη χρονική στιγμή $t=10\text{s}$ η μεταξύ τους απόσταση είναι

α. $\Delta x=20\text{m}$

β. $\Delta x=10\text{m}$

γ. $\Delta x=15\text{m}$



Ασκήσεις στην ΕΟΚ

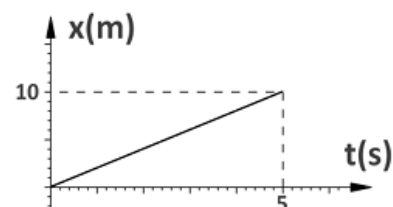
- Ένα σώμα που τη χρονική στιγμή $t=0$ βρίσκεται στη θέση $x_0=0$ αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα και με σταθερή ταχύτητα. Λίγο μετά, τη στιγμή $t_1=2 \text{ sec}$ βρίσκεται στη θέση $x_1=10\text{m}$. Να βρεθούν :
 - Η ταχύτητα με την οποία κινείται το σώμα ;
 - Η θέση του σώματος τη χρονική στιγμή $t_2=6 \text{ sec}$.
 - Ποιά χρονική στιγμή θα βρίσκεται στη θέση $x_3 = 100\text{m}$;
 - Πόσο διάστημα θα έχει διανύσει σε δύο λεπτά της ώρας ;
- Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα και με σταθερή ταχύτητα και τη χρονική στιγμή $t_1=2 \text{ sec}$ βρίσκεται στη θέση $x_1=20\text{m}$ ενώ τη στιγμή $t_2=4\text{sec}$ βρίσκεται στη θέση $x_2=40\text{m}$. Αν τη χρονική στιγμή $t=0$ βρίσκεται στη θέση $x_0=0$.
 - Ποια είναι η μετατόπιση του από τη στιγμή t_1 έως τη στιγμή t_2 ;
 - Ποιά είναι η ταχύτητα με την οποία κινείται το σώμα ;
 - Ποια θα είναι η θέση του σώματος τη χρονική στιγμή $t_3=6 \text{ sec}$.
 - Ποιά χρονική στιγμή θα βρίσκεται στη θέση $x_4 = 100\text{m}$;
- Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα και με σταθερή ταχύτητα $u=10\text{m/s}$ Αν τη χρονική στιγμή $t=0$ βρίσκεται στη θέση $x_0=+2\text{m}$. Να βρεθούν :
 - Ποια θα είναι η θέση του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1=1 \text{ sec}$.
 - Ποια είναι η μετατόπιση του από τη στιγμή t_1 έως τη στιγμή $t_2 = 5\text{sec}$;
 - Ποιά χρονική στιγμή θα βρίσκεται στη θέση $x_2 = 72\text{m}$;



4. Η εξίσωση κίνησης ενός σώματος σε μια ευθύγραμμη κίνηση είναι $x = 3 + 10t$ (S.I.) (1).
 Α. τι είδους κίνηση εκτελεί το σώμα και με τι ταχύτητα κινείται ;
 Β. ποια είναι η θέση του τη χρονική στιγμή $t = 5s$;
 Γ. ποια χρονική στιγμή βρίσκεται στη θέση $x = 63m$;
5. Η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα είναι ίση με 340 m/s . Αν βρισκόμαστε 1360 m μακριά από το σημείο που ξεσπά ο κεραυνός, σε πόσο χρόνο θα φτάσει ο ήχος της βροντής στα αυτιά μας μετά από :
6. Δύο πόλεις Α & Β απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d=3500m$. Ένα κινητό αρχίζει να κινείται από την πόλη Α προς την πόλη Β με σταθερή ταχύτητα $u_1=72km/h$ και ένα άλλο κινητό την ίδια στιγμή ξεκινά από την πόλη Β προς την πόλη Α με σταθερή ταχύτητα $u_2=54km/h$. Πότε και σε πιο σημείο θα συναντηθούν τα δύο κινητά ;

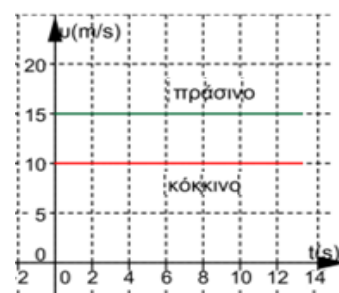
7. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η μεταβολή της θέσης με το χρόνο ενός σώματος που κινείται ευθύγραμμα.

- Α. Τι είδους κίνηση εκτελεί το σώμα ;
 Β. Να υπολογισθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος
 Γ. Να βρεθεί η θέση του σώματος τη στιγμή $t_1=10 \text{ sec}$



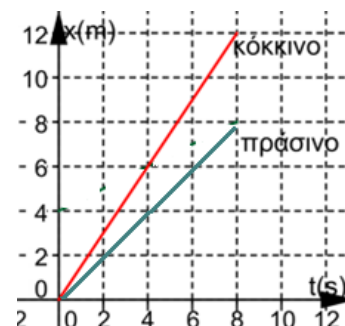
8. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της ταχύτητας με το χρόνο δύο αυτοκινήτων που κινούνται ευθύγραμμα. Ένα πράσινο και ένα κόκκινο .

- Α. Τι είδους κίνηση εκτελούν τα αυτοκίνητα
 Β. Ποια είναι η θέση του κάθε αυτοκινήτου τη στιγμή $t_1=2 \text{ sec}$ αν το κόκκινο ξεκίνησε από τη θέση $x_0=20m$ και το πράσινο από τη θέση $x_0=0m$.
 Γ. Ποια χρονική στιγμή θα συναντηθούν τα δύο αυτοκίνητα ;



9. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της μεταβολής της θέσης με το χρόνο δύο αυτοκινήτων που κινούνται ευθύγραμμα. Ένα πράσινο και ένα κόκκινο .

- Α. Τι είδους κίνηση εκτελούν τα αυτοκίνητα
 Β. Ποιο κινείται με μεγαλύτερη ταχύτητα και γιατί ;
 Γ. Ποια η ταχύτητα του κάθε αυτοκινήτου ;





10. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται πως μεταβάλλεται η θέση ενός κινητού με το χρόνο

A. Να περιγράψετε τον τρόπο που κινείται το σώμα στα διάφορα χρονικά διαστήματα

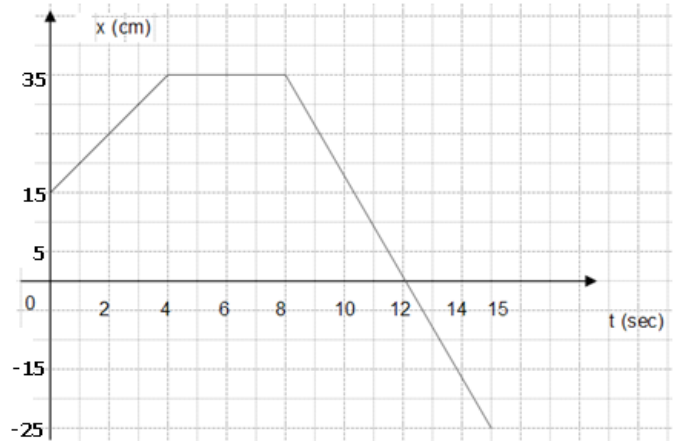
0- 4 sec :

4-8 sec :

8-12 sec :

12-15 sec :

B. Να χαρακτηρίσετε ως σωστές (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις :



α) το σώμα τη στιγμή $t_1 = 3$ βρίσκεται στη θέση

$$x_1 = 30\text{m}$$

β) το σώμα στο χρονικό διάστημα από 0 - 4sec κινείται με σταθερή ταχύτητα 10m/sec

γ) το σώμα στο χρονικό διάστημα 4-8 sec έχει διανύσει 35m

δ) τη χρονική στιγμή $t_2 = 12\text{sec}$ συνολική μετατόπιση του είναι -15m και έχει διανύσει απόσταση 55m

ε) Η συνολική μετατόπιση του σώματος είναι $\Delta x = -25\text{m}$

στ) το χρονικό διάστημα 12-14 sec κινείται με σταθερή ταχύτητα $u = -7,5\text{m/s}$

11. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου για ένα κινητό που κινείται ευθύγραμμα και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ βρίσκεται στην αρχή των θέσεων του ($x=0$).

A) Να περιγράψετε τον τρόπο που κινείται το κινητό για τις χρονικές στιγμές 0-4 sec, 4-8 sec και 8-12 sec

α) Να βρείτε τη θέση του κινητού κατά τη χρονική στιγμή $t = 5\text{s}$

β) Να βρείτε τη μετατόπιση του κινητού το χρονικό διάστημα 0-4sec αλλά τη συνολική μετατόπιση

γ) Να βρείτε το συνολικό διάστημα που διένυσε το κινητό στο χρονικό διάστημα από 0-12 sec

